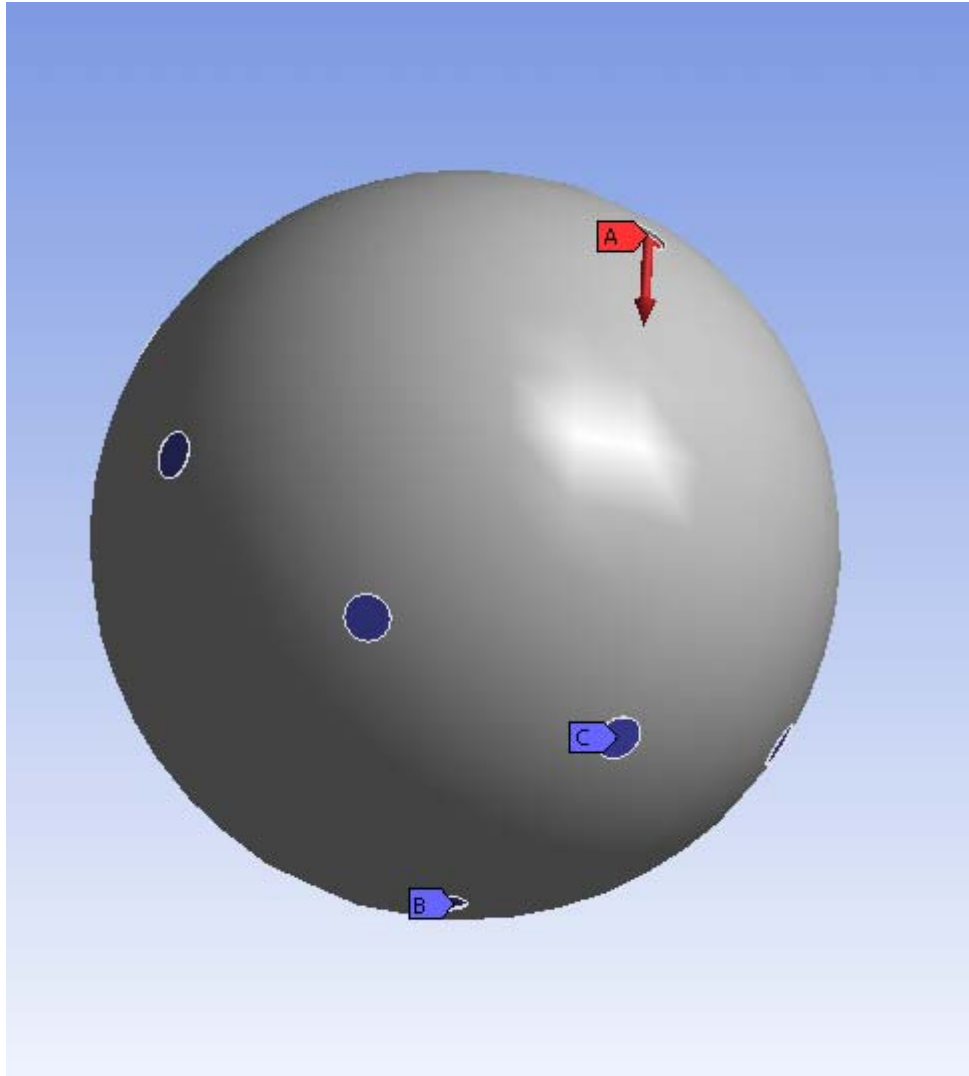


# Kuggeleje



**FEM Mini-projekt aug. 2008**

Udarbejdet af maskiningeniørstuderende  
Marianne Gudnor

## Indholdsfortegnelse:

Indledning .....	3
Formål .....	3
Manuelle beregninger .....	6
"The radius of circular area of contact, $a$ " .....	6
"The maximum compressive stress, $\sigma_{c(\max)}$ " .....	7
Total deformation.....	7
"Combined deformation of both bodies in contact along the axis of load, $\alpha$ " .....	7
Den samlede deformation i kontaktfladen: .....	8
"Total deformation i kontaktflade, $y$ " .....	8
ANSYS .....	9
Illustration fra ANSYS samt forklaringer.....	9
Konklusion.....	16

## Indledning

Jeg har valgt at analysere en kugle til et kuglehjul i ANSYS. Interessen for at analysere netop et kuglehjul er opstået på baggrund af dette semesters studieprojekt.

På baggrund af eksisterende projekter omhandlende HortiBot-plattformen<sup>1</sup>, er det erfaret at eksisterende løsninger har et problem, når der skal drejes og positioneres præcist over et præcist punkt i friktionstunge terræner, som f.eks. i mark og på mudret terræn.

Efter denne erfaring er der søgt efter alternative løsninger, og en af disse er brug af kuglehjul.

Fordelen ved brug af kuglehjul er at dette i teorien kan bevæge sig frit i alle retninger, uden af skulle vride sig omkring en centreret vertikal aksel, hvor friktionsproblemet er størst.

## Formål

Til dette FEM Mini-projekt har jeg derfor valgt at analysere et kuglehjul og drage konklusioner herfra.

Vedrørende selve kuglehjulet er tanken at skabe en løsning, der kan bruges i opgaver, der i dag er belastningstunge, eller på anden vis energikrævende pga. manglende bevægelsesfrihed. Med fokus på dette vælger jeg at arbejde med en løsning, der har fokus på brug til rullestole og hospitalsenge. Der lægges vægt på hjulets frie bevægelighed, specielt med henblik på vrid mod overflade når retningen ændres.

På rullestole vil det bl.a. være muligt at kunne bevæge sig frit i alle retninger og derved let kunne komme udenom forhindrenger, der normalt ville kræve mere plads – eller direkte være umulige at komme uden om – f.eks. manøvrering i et indkøbscenter.

Kuglen er først tegnet i Inventor, hvor der er splittet på interessante flader, for at kunne udføre styrkeberegninger i ANSYS. Med splittet menes, at i Inventor er ”split-funktionen” anvendt sammen med workplanes til at dele en flade således, at der kan påføres eksempelvis en kraft i ANSYS.

---

<sup>1</sup> HortiBot <http://www.hortibot.dk>

Konceptet som anvendes ser således ud:

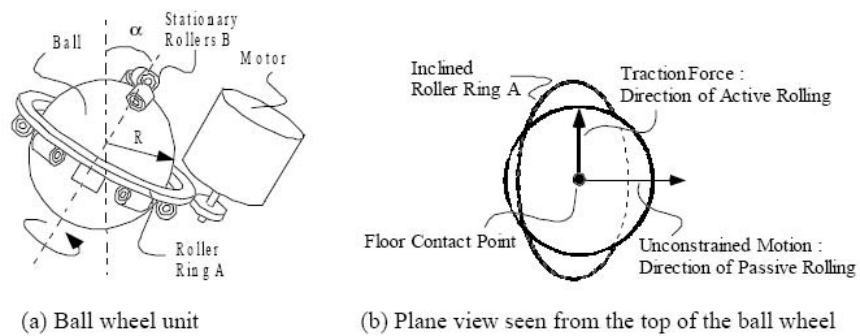


Figure 1: Ball wheel mechanism

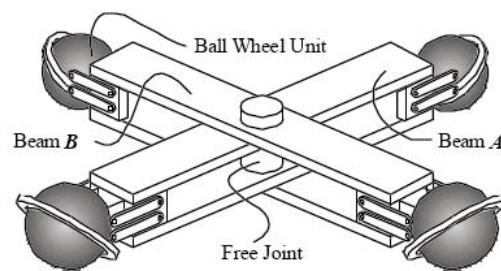
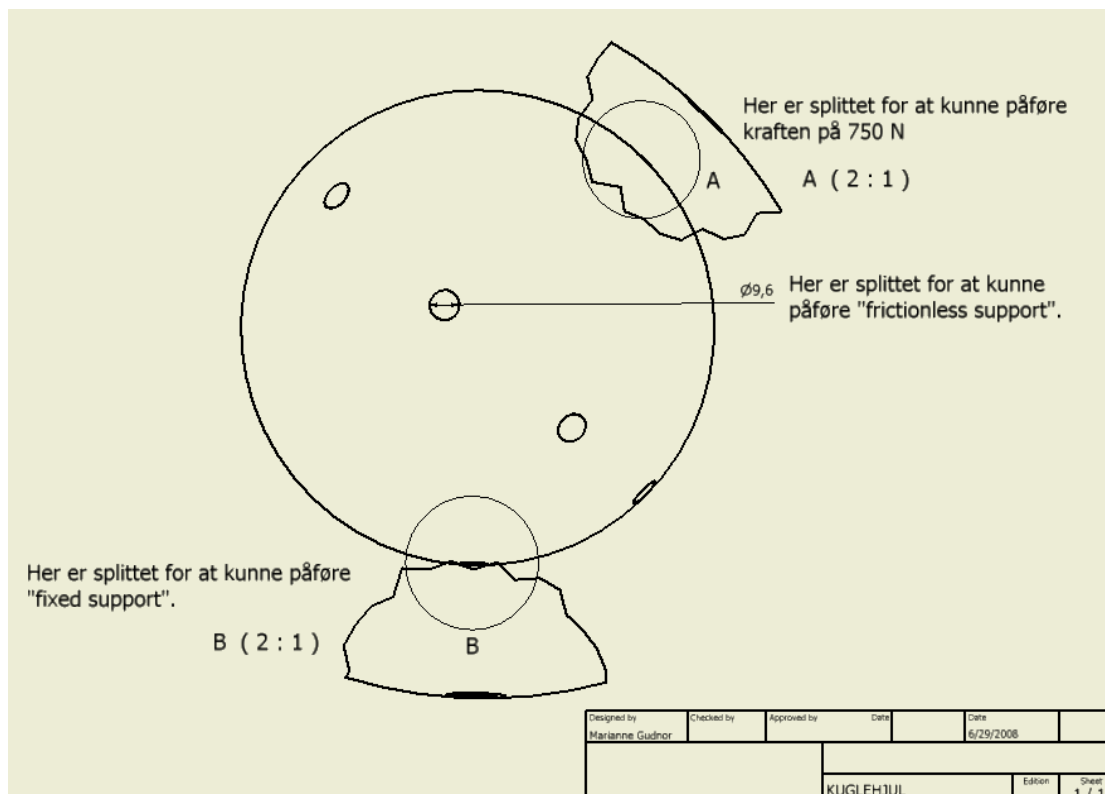


Figure 2: Omnidirectional reconfigurable vehicle

For at tydeliggøre hvor de forskellige split er foretaget, vises herunder en tegning fra Inventor:



Der er udført styrkeberegninger i ANSYS, samt blevet udført manuelle beregninger herunder radius af kontaktfladen.

Den valgte gummitype til kuglehjulet er polyuretan gummi.

Der er valgt en type E1 90EQ fra Dansk Elastomer A/S<sup>2</sup>.

Belastning på 750 [N] er valgt ud fra antagelsen, at der anvendes 4 kuglehjul ialt. Det kan eksempelvis være en hospitalsseng, som vejer alene 100 kg og en person max 150 kg.

Tillægges en sikkerhedsfaktor på 50 fås en vægt på ialt 300 kg. Fordelt på 4 hjul giver dette en belastning på 75 kg per hjul svarende til 750 [N].

E modul for polyuretan gummi = 10 [N/mm<sup>2</sup>].

For at kende det nøjagtige E modul for polyuretan gummi kontaktede jeg Dansk Elastomer A/S. Her fik jeg oplyst, at E modulet for den valgte polyuretan gummitype er 10 Mpa. Almindeligvis ligger gummis E modul i området 10-100 Mpa.

Polyuretan gummi kører let på både ujævne og hårde underlag og det har en fremragende slidstyrke. Det er polyuretan gummi, som ofte er belægningen på hospitalshjul. Polyuretan gummi er væsentlig hårdere end f.eks neoprengummi, som er den gummitype, man kan vælge i ANSYS. Jeg har derfor valgt at tilføje et ekstra materiale og i engineering data, har jeg angivet diverse data for polyuretan gummi.

Herunder E modul = 10 [Mpa], poisson forhold 0.4 og densitet  $\rho = 1.21[\text{g}/\text{cm}^3]$ .

Herudover er der regnet med materialet "structural steel", konstruktionsstål, da den øverste kugle er af stål. Dette er illustreret nedenfor på figur 1. Structural steel har E modul =  $200 \cdot 10^3$  [N/mm<sup>2</sup>].

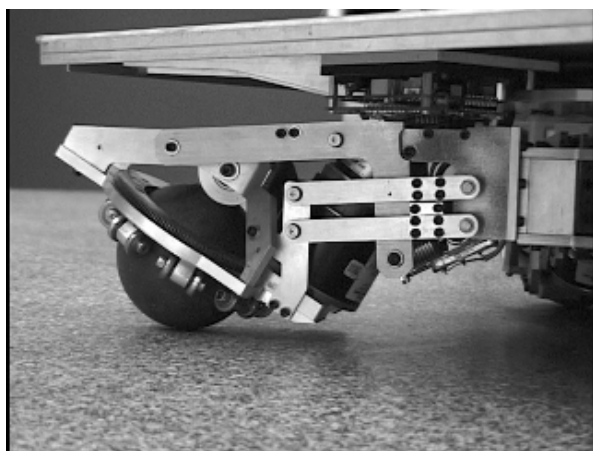


Fig.1

---

<sup>2</sup> Se venligst bilag fra Dansk Elastomer A/S

## Manuelle beregninger

### "The radius of circular area of contact, a"

Jf. formel (2-109)<sup>3</sup> fås:

E1= E modul for stål

E2= E modul for polyerutan gummi

$$d_1 := 0.05\text{m}$$

$$d_2 := 0.15\text{m}$$

$$E_1 := 200 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_2 := 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_1 := 0.3$$

$$\nu_2 := 0.4$$

$$F := 750\text{N}$$

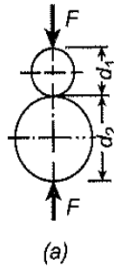


Fig.2

$$a := 0.721 \left( F \cdot \frac{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

⇔

$$a = 9.603 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Derved fås afstanden ud til kanten, hvor der splittes :

$$75 \cdot \left( \cos \left( \text{asin} \left( \frac{9.603}{75} \right) \right) \right) \text{float}, 4 \rightarrow 74.38 \text{ [mm]}$$

<sup>3</sup> Der henvises til "The Machine Design Databook", Hertz Contact Stress.

**"The maximum compressive stress,  $\sigma_{c(\max)}$ "**

Her beregnes således trykspændingen:

Jf formel (2-110)<sup>4</sup> fås:

$$\sigma_c := 0.918 \cdot F \cdot \left[ \frac{\left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)^2}{\left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

⇔

$$\sigma_c = 3.881 \times 10^6 \text{ Pa}$$

**Total deformation**

**"Combined deformation of both bodies in contact along the axis of load,  $\alpha$ "**

Her giver  $\alpha$  deformationen for begge kugler lagt sammen.

Jf. Formel (2-111)<sup>5</sup> fås:

$$\alpha := 1.04 \cdot F^2 \cdot \left[ \frac{\left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^2}{\left( \frac{d_1 \cdot d_2}{d_1 + d_2} \right)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

⇔

$$\alpha = 4.92 \times 10^{-3} \text{ m}$$

<sup>4</sup> Der henvises til "The Maschine Design Databook", Hertz Contact Stress.

<sup>5</sup> Der henvises til "The Maschine Design Databook", Hertz Contact Stress.

En total deformation på 4.92 mm viser, at der er elasticitet i kontaktpunkterne, hvilket er vigtigt, når hjulene skal sidde under eksempelvis en hospitalsseng.

### **Den samlede deformation i kontaktfladen:**

#### **"Total deformation i kontaktflade, y"**

Der henvises til Maskinståbien " Hertz´s formler for kugletryk", 2) Kugle mod kugle.  
Belastning i [N].

E1= E modul for stål

E2= E modul for polyerutan gummi

$$E_1 := 200 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_2 := 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$P := 750\text{N}$$

$$r_1 := 0.025 \text{ m}$$

$$r_2 := 0.075 \text{ m}$$

$$y := 1.23 \sqrt[3]{\frac{P^2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{r_1 \cdot r_2}{\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \right]^2}}$$

$$y = 5.187 \times 10^{-3} \text{ m}$$

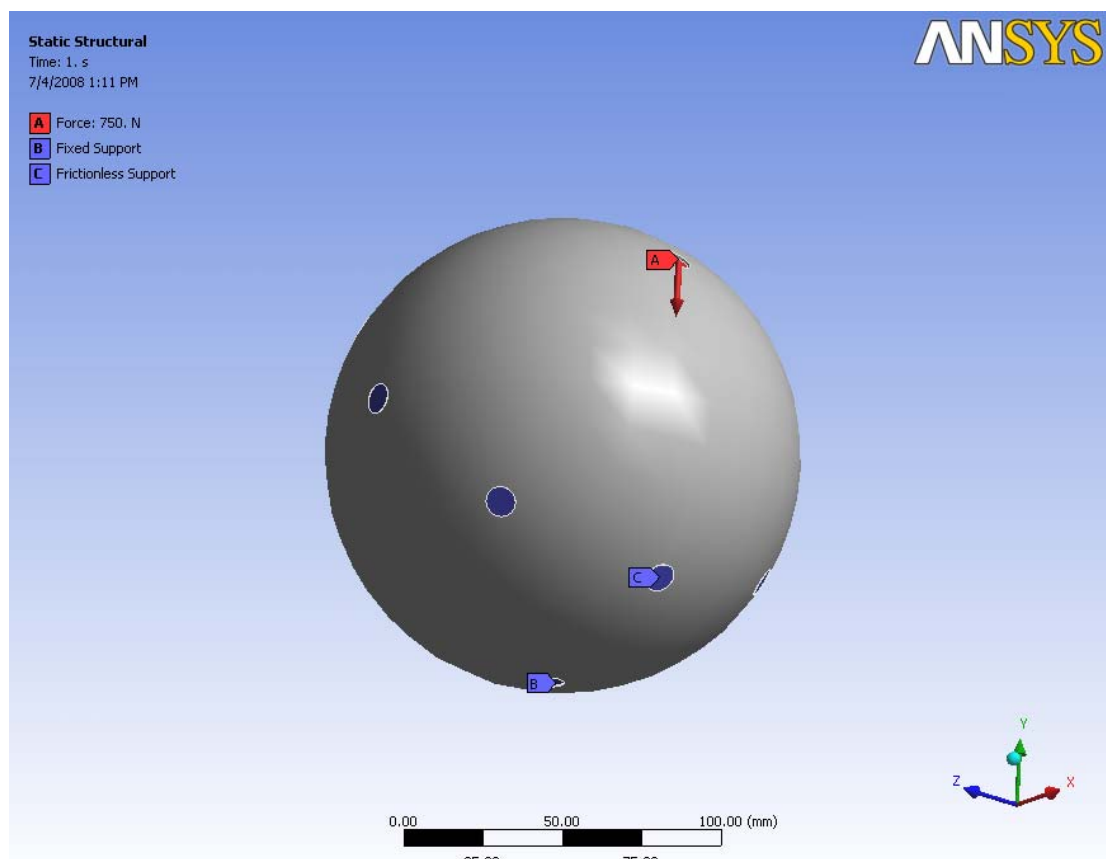


## ANSYS

ANSYS Finite element metoden er en numerisk metode, som med stor fordel kan anvendes til at beregne deformationer, spændinger, temperaturer, flow og meget andet for diverse konstruktioner. Når man anvender metoden, genereres et ofte meget stort antal (mange hundrede tusinde) lineære ligninger, med et tilsvarende antal ubekendte. Det er indlysende, at det ikke er praktisk muligt at løse et sådant antal ligninger med håndkraft, hvorfor man passende kan anvende en computer til opgaven.

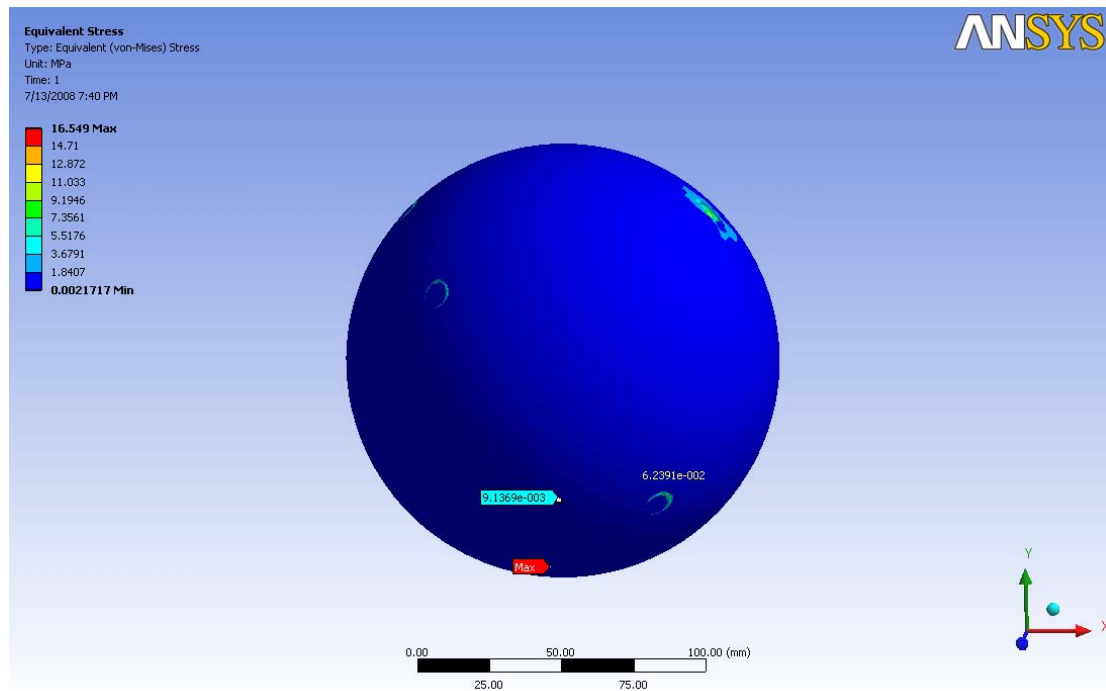
### *Illustration fra ANSYS samt forklaringer*

Fig.2 Herunder ses at kraften på 750 N er påsat foroven og fixed support forneden og frictionless support omkring 8 felter i midten. De 8 felter i midten repræsenterer "støtterullerne"<sup>6</sup>.



<sup>6</sup> Se evt konceptet side 4.

Fig. 3 Herunder ses Equivalent Stress. Von-Mises.

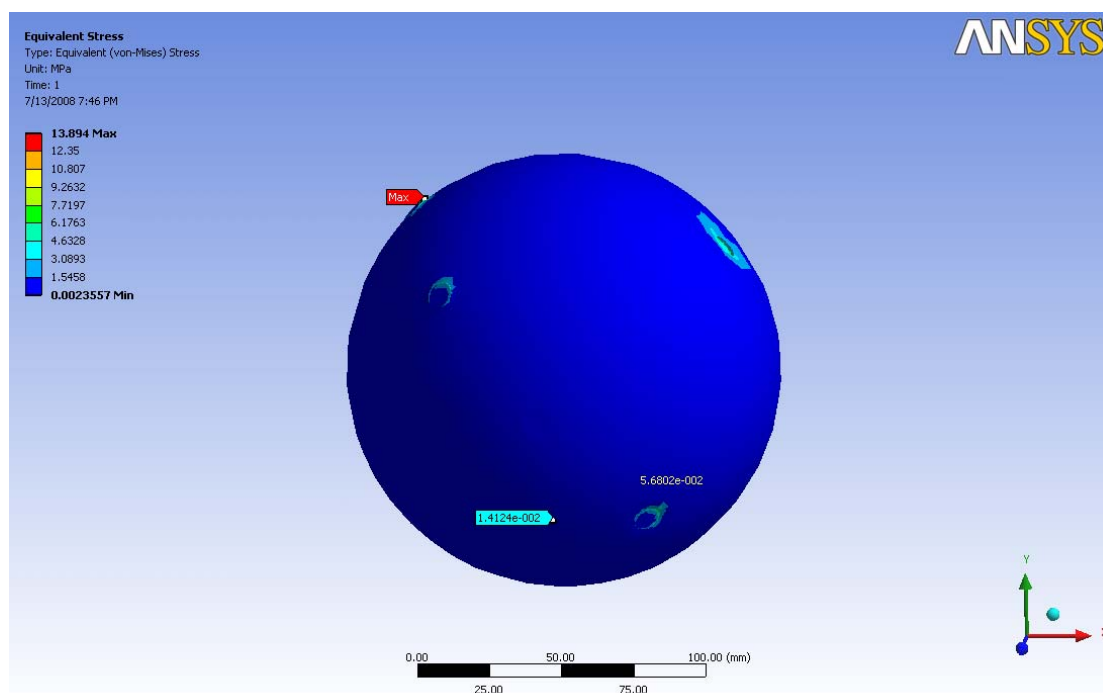


Von-Mises spændingen er en sammenligningsspænding, som skal være under brudspændingen, derved bryder materialet ikke. Er Von-Mises spændingen over brudspændingen, kan man sætte trykket ned og/eller ændre materialevalget. I det her tilfælde er brudspændingen for materialet polyuretangummi 38.3 Mpa. Derfor vil materialet i dette tilfælde kunne holde da  $16.549 < 38.3$  Mpa.

For at sikre at beregningerne er troværdige, kan man ændre relevancen og dermed antallet af elementer og se, om spændingen stadig er nogenlunde den samme. Det bør den være. Spændingerne forventes at være ens, selvom man ændrer relevancen, som er finheden i mesh'et. Jo flere og mindre elementer jo mere nøjagtige bliver beregningerne.

I det her tilfælde er ANSYS's loft nået for hvor mange antal knudepunkter, der kan være, derfor nedsættes relevancen til minus 100 og der fås således et færre antal og større elementer.

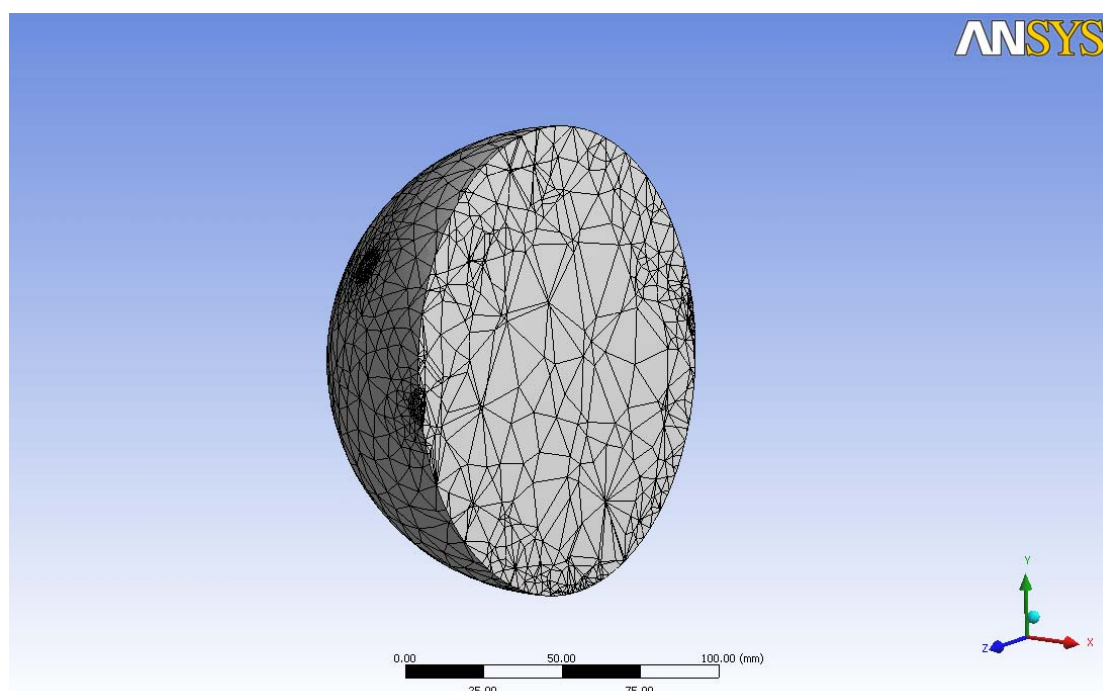
Fig.4 Herunder ses equivalent stress beregnet med relevance på -100:



Det ses at resultatet for de to forskellige finheder af meshét ikke er alt for troværdigt, men det er i den størrelsesorden. Det burde regnes med en større relevans, men det tillader licensen ikke.

Ser man på antallet af elementer og knudepunkter ved henholdvis uændret og relevance – 100 fås :

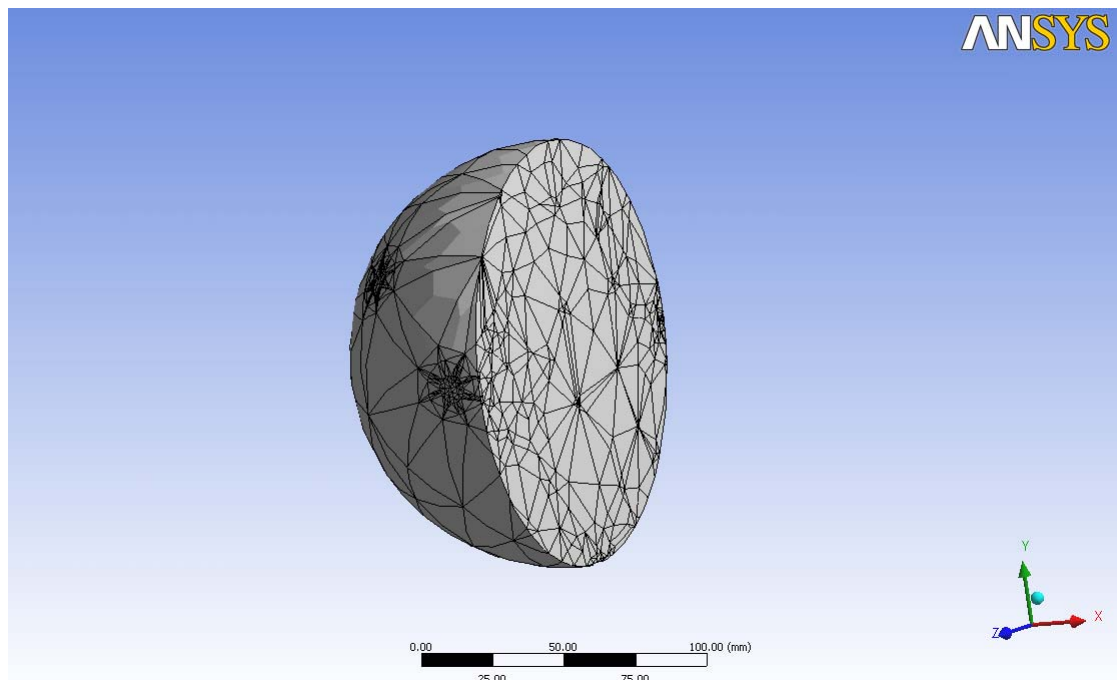
Fig.5 Her er vist et sectionview af mesh uændret:



**TABLE 4**  
**Model > Mesh**

Object Name	Mesh
State	Solved
<b>Defaults</b>	
Physics Preference	Mechanical
Relevance	0
<b>Advanced</b>	
Relevance Center	Coarse
Element Size	Default
Shape Checking	Standard Mechanical
Solid Element Midside Nodes	Program Controlled
Straight Sided Elements	No
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Low
Transition	Fast
<b>Statistics</b>	
Nodes	26565
Elements	15057

Fig.6 Her ses mesh ændret i relevance til -100. Dette er også vist i section view for at man bedre kan se, hvad der foregår. Man kan se, at elementerne er blevet større.



**TABLE 4**  
**Model > Mesh**

Object Name	Mesh
State	Solved
<b>Defaults</b>	
Physics Preference	Mechanical
Relevance	-100
<b>Advanced</b>	
Relevance Center	Coarse
Element Size	Default
Shape Checking	Standard Mechanical
Solid Element Midside Nodes	Program Controlled
Straight Sided Elements	No
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Low
Transition	Fast
<b>Statistics</b>	
Nodes	8651
Elements	4780

Det fremgår af tabellen ovenfor, at der nu som forventet er blevet færre knudepunkter og elementer. Der er nu 8651 knudepunkter og 4780 elementer.

Nu vises de beregnede resultater for hovedspændingerne.

Fig.7 Herunder ses maximum principal stress.

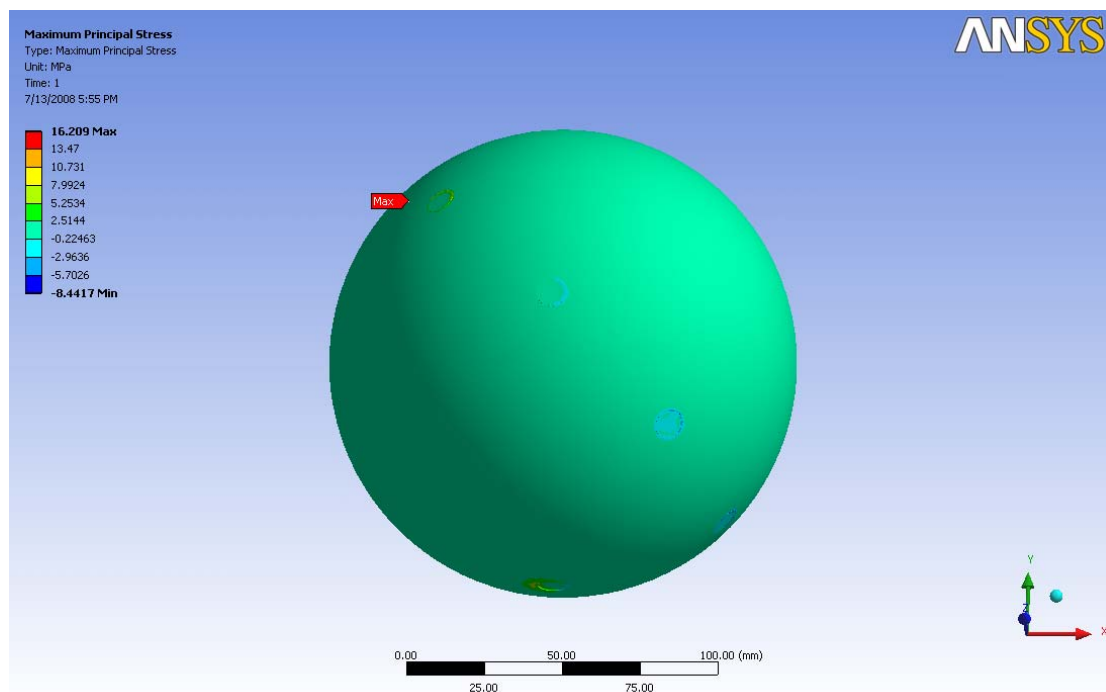


Fig.8 herunder ses middle principal stress.

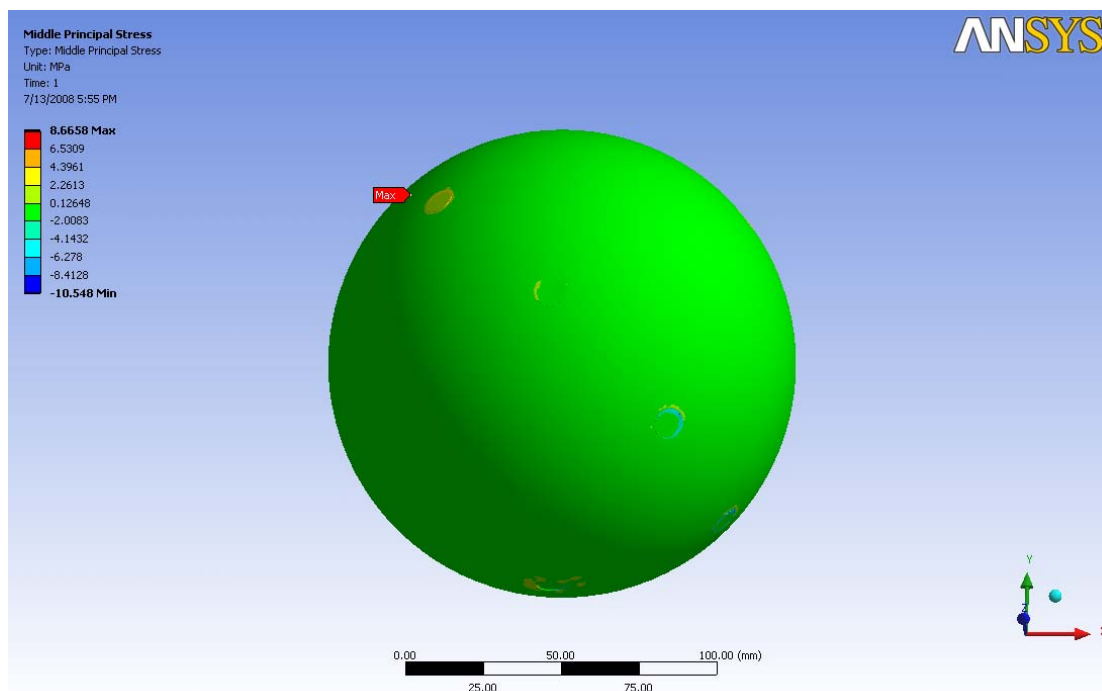


Fig.9 Herunder ses minimum principel stress. Denne trykspænding er altså højere end den manuelt beregnede maximale trykspænding.

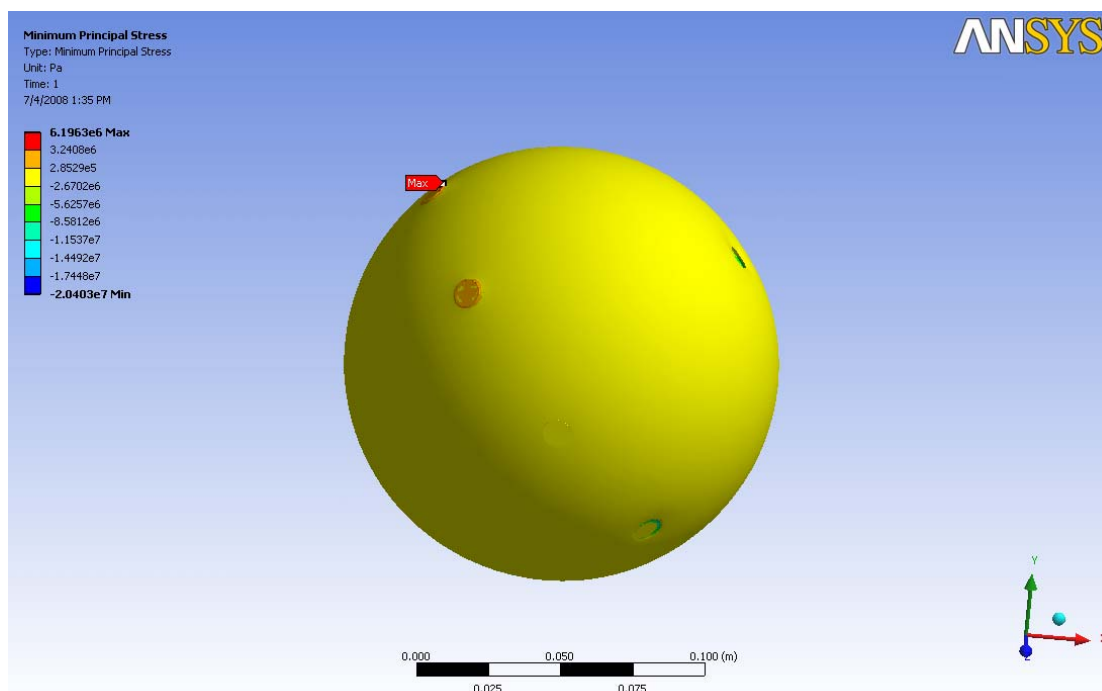
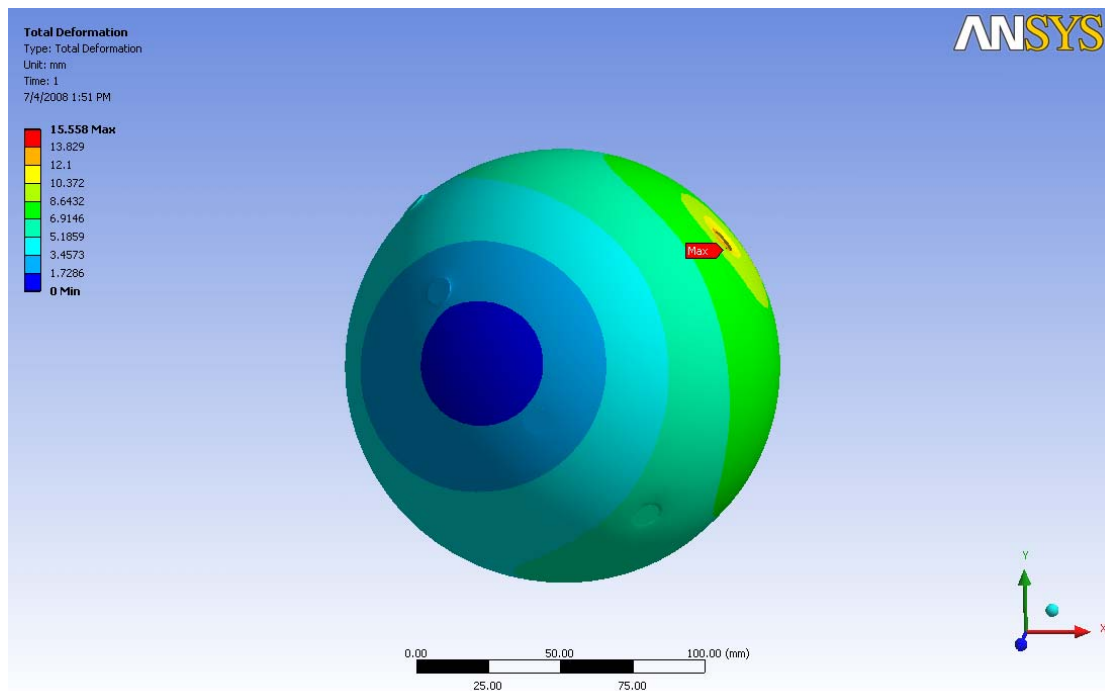


Fig.10 Her ses den totale deformation i materialet polyuretan gummi med den korrekte understøtning i form af frictionless support omkring de 8 felter i midten.



Man må konkludere at en deformation på 15.558 mm er lidt vel rigeligt, selv med materialet polyuretan gummi og når kuglen har en diam. på 15 cm. Dette er ikke nødvendigvis en deformation af kuglefaconen, men indeholder deformationen i kontaktpunkterne og der er mulighed for, at kuglen kan dreje sig i forhold til den faste understøtning (fixed support). Der kan med fordel vælges en gummitype med højere E modul altså et hårdere gummi.

## Konklusion

Hensigten med dette FEM Mini-projekt var at analysere et kuglehjul samt drage konklusioner her ud fra. Dette er lykkedes til trods for, at selve geometrien ikke er specielt egnet til analyse i ANSYS.

Der er udført manuelle beregninger herunder den totale deformation og den maximale trykspænding.

De sammenlignede resusltater kan ses i tabellen nedenfor.

<b>Den totale deformation</b>	
<b>Manuelt</b>	
I kontaktfladen:	5.187 mm
Combined	: 4.92 mm

<b>Den totale deformation</b>	
<b>ANSYS</b>	
	15.558 mm

Den i ANSYS beregnede totale deformation er større end summen af de to andre, hvilket den skal være.

<b>Den maximale trykspænding</b>	
<b>Manuelt</b>	
	$3.881 \cdot 10^6$ [pa]

<b>Den maximale trykspænding</b>	
<b>ANSYS</b>	
	$6.1963 \cdot 10^6$ [pa]

En fordel ved brug af kuglehjul er, at man nemt kan forudsige bevægelsesretningen i forhold til eksempelvis et almindeligt hjul, hvilket er ønskeligt i tilfælde af, at der skal benyttes digital styring. Derudover vil det være frit bevægeligt uden vrid. En ulempe er, at det til gengæld vil være dyrt at prefabrikere, fordi der ikke kan bruges standardkomponenter.